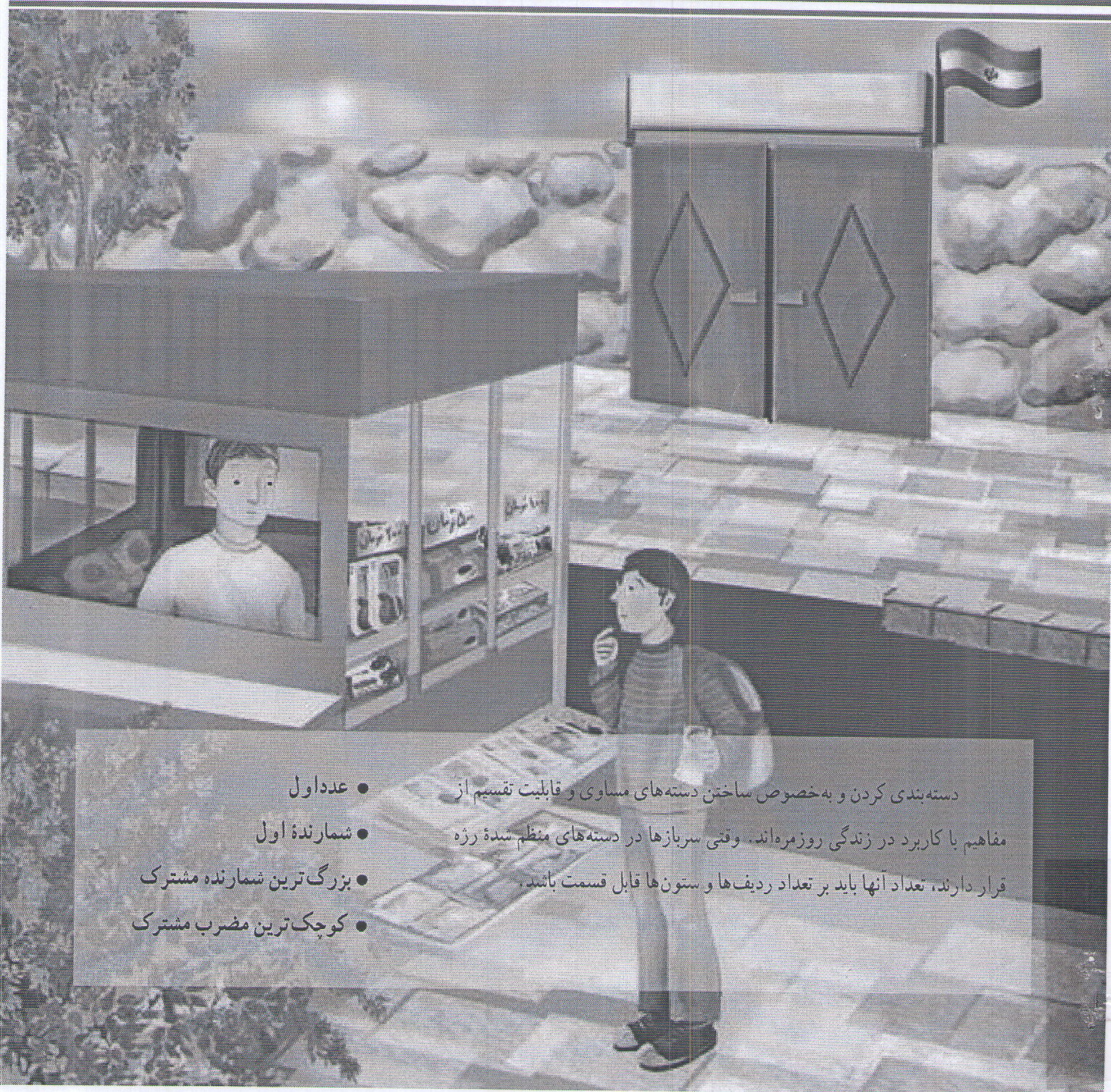


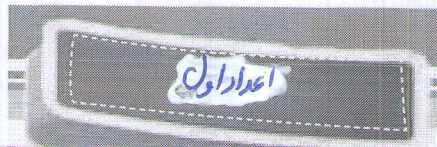
# فصل ۶

## شمارنده ها و اعداد اول



- دسته بندی کردن و به خصوص ساختن دسته های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره اند. وقتی سربازها در دسته های منظم شده رژه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف ها و ستون ها قابل قسمت باشد.
- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ ترین شمارنده مشترک
- کوچک ترین مضرب مشترک

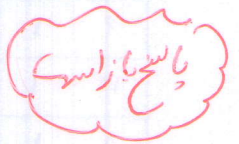




۱- دانش آموزان یک مدرسه در کلاس های ورزشی ثبت نام کرده اند. جدول تعداد ثبت نام شده ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده ها مناسب است؟ چرا؟  
والیبال، چون به راحتی می توانیم روئیم درست کنیم

در کدام رشته تعداد ثبت نام شده ها مناسب نیست؟ چرا؟  
ثبت نام در تیم های زیر بجز والیبال مناسب نیست و می وضع در تیم فوتبال خیلی خراب است

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت نام شده ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۲	۲



با کمترین جابه جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته ها مناسب شوند.

۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

یعنی دو دسته ۳ تایی  $6 = 2 \times 3$

$$6 = 3 \times 2$$

سه دسته ۲ تایی

$$6 = 1 \times 4$$

یک دسته ۶ تایی

$$6 = 4 \times 1$$

۶ دسته ۱ تایی

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم ها نباید باقی مانده بیاورند).

$$10 \div 2 = 5$$

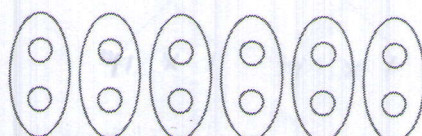
یعنی ۱۰ را می توان ۲ تا ۲ تا شمرد

$$10 \div 5 = 2$$

$$10 \div 10 = 1$$

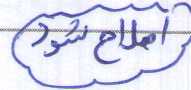
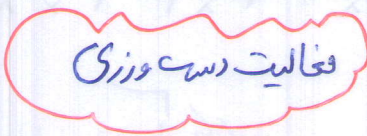
$$10 \div 1 = 10$$

۴- ۱۲ دایره را مانند نمونه به دسته های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می شود شمرد. به



این ترتیب شمارنده های عدد ۱۲ به دست می آید.

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲ : شمارنده های ۱۲



۱- با یکی از روش های بالا شمارنده های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده های ۱۴ : ۱، ۲، ۷، ۱۴

شمارنده های ۱۵ : ۱، ۳، ۵، ۱۵

شمارنده های ۹ : ۱، ۳، ۹

شمارنده های ۸ : ۱، ۲، ۴، ۸

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. ۴ شمارنده ۱۲ است. آیا می توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

ا شمارنده ی b هست و b شمارنده ی c است پس a شمارنده ی c است

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

کلاسی

آری



# ★ شمارنده‌ی یک عدد عددی طبیعی است. زیرا یک عدد منفی نمی‌تواند عددی را شمارد

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

عدد	شمارنده‌های عدد			
۹	۱	۳	۶	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵
۴	۱	۲	۴	
۱۴	۱	۲	۷	۱۴
۵	۱	۵		
۱۳	۱	۱۳		

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد یک شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد یک است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد خود آن عدد است.

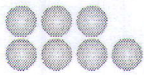
همه شمارنده‌های یک عدد آن عدد می‌شمارد

بعضی از عددها فقط دو شمارنده دارند

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دو شمارنده دارد.

اصلاح

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شمارنده‌های آن را پیدا کنید.

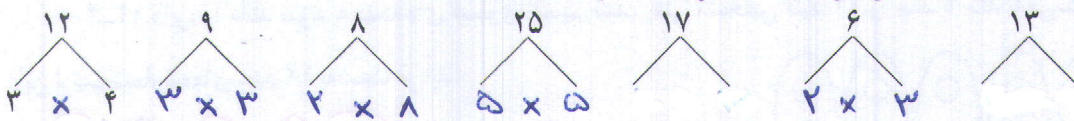


اعداد اول

به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد،

عدد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟ ۱۳ و ۱۷

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد، بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟ آری

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵، که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای

طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک

نشان دهید

پایه‌ی باز است

۱	②	③	۴ ۲×۲	⑤	۶ ۲×۳	⑦	۸ ۲×۴	۹ ۳×۳	۱۰ ۲×۵
⑪	۱۲ ۲×۶	⑬	۱۴ ۲×۷	۱۵	۱۶ ۴×۴	⑮	۱۸ ۲×۹	⑰	۲۰ ۵×۴
۲۱ ۳×۷	۲۲ ۲×۱۱	⑳	۲۴ ۲×۱۲	۲۵ ۵×۵	۲۶ ۲×۱۳	۲۷ ۳×۹	۲۸ ۲×۱۴	㉑	۳۰ ۳×۱۰

کار در کلاس



۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟ **خیر، چون عدد طبیعی وجود ندارد که در ۱۷ ضرب شود حاصل ۲۴۷ شود**

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟ **بله**

۳- ۴ عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد. **۲۵، ۲۰، ۱۵، ۱۰، ۵**

**عددی بر ۱۵ بخش پذیر است**

۴- کدام یک از عددهای روبه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ **۳۶۰، ۵۵۵، ۹۲۴، ۲۴۵** **که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشند**

۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید. **۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰، ۲۵**

**۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴**

**۱۸، ۲۰، ۳۰، ۴۰**  
**۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۸**  
**۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰**

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با × مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

✓ - عدد ۲۹ اول است. **فقط شمارنده دارد** - هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. **عدد یک فقط یک شمارنده دارد**

× - تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود. **عدد ۲ زوج است ولی اول است**

✓ - اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست. **چون پس از دو شمارنده دارد**

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟  
**۱۲ گروه سه نفره**  
**۳۶ = ۱۲ + ۲۴**  
**۱۲ × ۳ = ۳۶**  
**۹ × ۴ = ۳۶**  
**۶ × ۶ = ۳۶**  
**۱۲ گروه سه نفره**  
**۹ گروه چهار نفره**  
**۶ گروه شش نفره**

۸- وقتی می نویسیم  $3 \times 6 = 18$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟  
**بله - چون ۱۸ را می توان ۳ تا ۳ و ۶ تا ۳ و ۹ تا ۲ شمارش کرد**  
 آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد زوج است؟ **خیر مثال ۴**

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟ **خیر چون عدد حاصل را می توان به صورت حاصل ضرب دو عدد بزرگ تر از یک نوشت**  
 ۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

- مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی \_\_\_\_\_ نوع \_\_\_\_\_ است.

- مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی \_\_\_\_\_ نوع \_\_\_\_\_ است.

- مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی \_\_\_\_\_ نوع \_\_\_\_\_ است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید.) به سؤال زیر پاسخ دهید.

- آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می باشد؟ **خیر**  
**غیر اول اول اول**  
**۳ + ۵ = ۸**



## شمارنده اول

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شمارنده‌های ۳۵: ۱, ۵, ۷, ۳۵

شمارنده‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

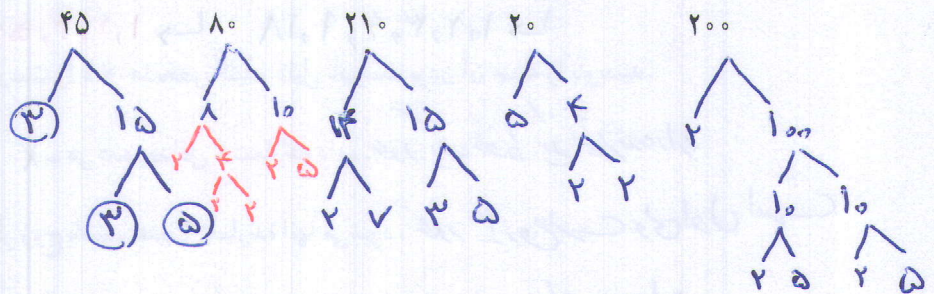
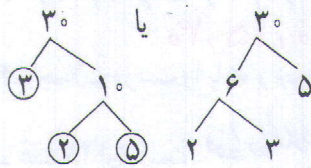
شمارنده‌های ۹: ۱, ۳, ۹

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددهایی اند؟ ۵ و ۷  
شمارنده اول ۹ چه عددی است؟ ۳

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست

آورد.

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

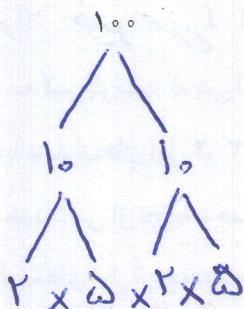
$$3 \times 2 \times 3 = 27$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

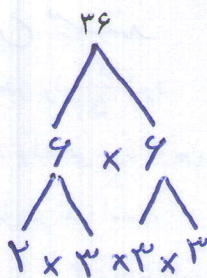
ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.



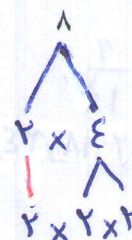
شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.



$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و

مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{2 \times 2 \times 5}{2 \times 5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{28}{42} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{81}{32} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{81}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی‌اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض

مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

$$1 \times 18 = 18$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 6 = 18$$

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟ **شماره‌های عدد ۱۸**

بی‌باشند



(۴) راجل دوم

سمازدهی غیر اول

۱- شماره‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شماره‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده

$$\frac{y_1}{y_0}, \frac{y}{1_0}, \frac{y}{1_0}$$

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر  $\frac{3}{5}$  شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین  $30^\circ$  و  $50^\circ$  باشد؟  $33, 36, 48$

۴- عدد  $a$  پس از تجزیه به صورت مقابل در آمده است.

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌هایی اند؟ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشد. ۱، ۴، ۶، ۱۲، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰

۵- عدد  $b$  پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است.

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی هستند؟ ۲ و ۳ و ۵

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کرده و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

$$1A^{\circ} = \gamma \times \gamma \times \gamma \times \gamma \times \Delta \quad 29V = \gamma \times \gamma \times \gamma \times \gamma \times 11 \quad 10f = \gamma \times \gamma \times \gamma \times \gamma \times 13$$

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید.  $\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   
۷ ۵ ۱۳  
اعداد اول اعدادی هستند که تنها روی اول (که خودش) باشد

۸- جملات درست را با ✓ و نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

۸- جملات درست را با ✓ و نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

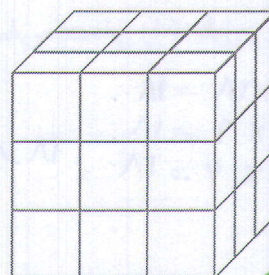
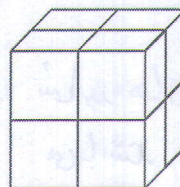
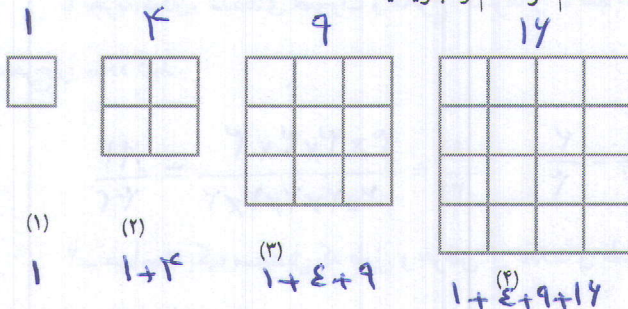
✗ الف) تمام عددها شمارنده اول دارند. عدد یک شمارنده اول ندارد. اعدادی که شمارنده اول دارند و یک نیستند باشند

✓ ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

X (ج) هیچ عددی پیدا نمی شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد.  $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$

✓ (د) تعداد عددهای اول بی پایان اند.

۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله  $n$ ام هر کدام را بنویسید.



V9

(1)

(۲)

(3)

43

$$\text{تعداد اعداد صحیح} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$$

راہی (دوم)

$$n = \text{عدد الجزيئات} = N_A$$

رابطہ اول



## بزرگ‌ترین شمارنده مشترک



۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۰ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

شماره‌های ۳۰: ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰  
چون این اعداد ۳۰ را به ۳۰ بخش می‌دهد و باقیمانده صفر می‌ماند و چادرها به صورت مساوی برمی‌شود

کلاس اول ب، ۳۶ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان

بر پا کرد؟ چرا؟  
شماره‌های ۳۶: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶

زیرا در تقسیم ۳۶ بر این اعداد باقی‌مانده صفر می‌ماند و چادرها به صورت مساوی برمی‌شود

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

۱، ۲، ۳، ۶

چون در تقسیم ۳۰ و ۳۶ بر این اعداد باقی‌مانده صفر می‌ماند و چادرها به صورت مساوی برمی‌شود  
اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر

کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟ ۶ نفره

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

تمام شمارنده‌های ۱۸:  $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

شمارنده‌های مشترک دو عدد:  $\{1, 2, 3, 6\}$

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد  $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$  و  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ : تمام شمارنده‌های ۲۴

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$\begin{aligned} 18 &= 2 \times 3 \times 3 \\ 24 &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ 2 \times 3 &= 6 \end{aligned}$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین

مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب.م.م می‌نویسند. ب.م.م دو عدد را به صورت (و) نشان می‌دهند. مانند:

$$(18 \text{ و } 24) = 6$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

از ضرب عوامل مشترک ۱۸ و ۲۴ استفاده کرده



شماره‌های ۲۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰  
شماره‌های ۳۰: ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰  
شماره‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲  
شماره‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴  
شماره‌های مشترک ۱۲ و ۱۴: ۱, ۲  
شماره‌های مشترک ۲۰ و ۳۰: ۱, ۲, ۵, ۱۰  
 $(۱۲, ۱۴) = ۲$   
 $(۲۰, ۳۰) = ۱۰$

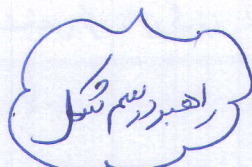
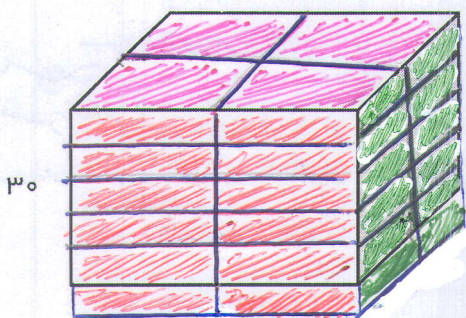
۱- با نوشتن تمام شماره‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.  
 $۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$   
 $(۱۲ و ۱۴) = ۱۴ = ۲ \times ۷$   
 $۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۵$   
 $(۲۰ و ۳۰) = ۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$   
 $۲ \times ۵ = ۱۰$

۲- با تجزیه عددها به شماره‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.  
 $۴۸ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$   
 $(۴۸ و ۳۶) = ۳۶ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$   
 $۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$   
 $۴۲ = ۲ \times ۳ \times ۷$   
 $(۴۲ و ۳۰) = ۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$   
 $۲ \times ۳ = ۶$

۱- می‌خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی پر کنیم.  
ضلع این کاشی مربعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ چرا؟  
این مستطیل را کاشی بچسبانیم، این اعداد شماره‌های مشترک ۱۲ و ۱۶ هستند.  
اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟  
۴ زیرا کاشی به ضلع ۴ بزرگ‌ترین شماره‌های مشترک این دو عدد می‌باشد.

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟  
۱ چون ضلع کوچک‌ترین کاشی که بدون شکست این مستطیل را پر می‌کند کاشی به ضلع ۱ می‌باشد.  
۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟  
در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



$$۴ \times ۲ \times ۲ = ۱۶$$

↓  
جعبه‌ی دستمال کاغذی

۲۵ عدد ۵۰ راسی شمار  
۱۲ عدد ۲۴ راسی شمار  
۵ عدد ۳۰ راسی شمار



عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.م‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

فرآیند  
می‌گیرید

$$(28 \text{ و } 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28 \text{ و } 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12 \text{ و } 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 12 = 2 \times 2 \times 3$$

شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴: شماره‌های ۲، ۳، ۶: پیمانه‌های مناسب برای این کار است

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم.

بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می‌شود؟

$$28 \times 36 \times 12 = 11808$$

تعداد مکعب‌ها



$$12 = 2 \times 2 \times 3 \quad 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 28 = 2 \times 2 \times 7$$

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

$$(a \text{ و } b) = 1$$

تنها شماره‌های مشترک

✓ اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می‌شود. اعداد اول، عدد یک است.

✓ اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش پذیر باشند، عدد کوچک‌تر ب.م.م دو عدد است. چون عدد کوچکتر عدد بزرگ‌تر را برش می‌دهد.

✓ کوچک‌ترین هکسوم علیه مشترک (ب.م.م) هر دو عدد ۱ است.

$$96 = 2^5 \times 3 \quad 144 = 2^4 \times 3^2 \quad 35 = 5 \times 7 \quad 245 = 5 \times 7 \times 7$$

$$91 = 13 \times 7$$

$$117 = 13 \times 9$$

$$(91 \text{ و } 117) = 13$$

$$(216 \text{ و } 108) = 108$$

$$(121 \text{ و } 55) = 11$$

$$216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$121 = 11 \times 11$$

$$55 = 5 \times 11$$

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) = n \quad (2, 2) = 2 \quad (4, 4) = 4$$

• ب.م.م دو عدد a و b شماره‌دهنده دو عدد a و b است.

• اگر عدد a اول باشند، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a.

$$(5, 14) = 1$$

$$(5, 15) = 5$$



## 37.

... و — و — و -9 و -7 و -3 و ° و 3 و 4 و 9 و 15 و — و ...

۲- مضرب‌های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می‌آید. مضرب‌های طبیعی را به اختصار مضرب می‌گوییم. مضرب‌های عددهای زیر را بنویسید.

... و ۱۶ و ۱۴ و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶ و ۴ و ۲: مضرب‌های ۲

مضرب‌های ۷:  $7, 14, 21, \dots$

۵ مضرب های ۵، ۱۵، ۱۰، ۵

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟ یعنی مضربها ادامه دارد

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید :

40 دھمین مضرب ۹ :

۱۸ سومین مضرب ۶:

اولین مضرب ۷:

چهارمین

۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟

۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟

بیست و دو ہجرت

۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟

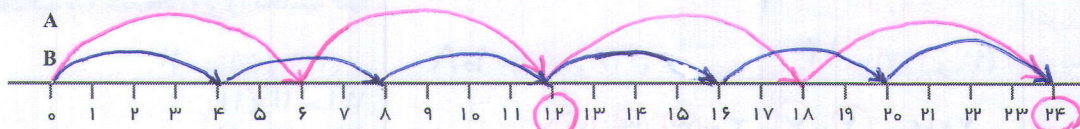
۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ هفتمین

۲- آیا تعداد شمارنده‌های یک عدد محدود است؟ **نیم**

تعداد مضرب‌های یک عدد چطور؟

در یک بازی رایانه‌ای مهرهٔ A، ۶ تا ۶ حرکت می‌کند و مهرهٔ B، ۴ تا ۴ حرکت می‌کند. در شروع بازی هر دو مهره

روی عدد صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می گیرند؟ **دوازده - (مسافت می شمره توده مهره مساوی است)**



4 مضارب : 4, 12, 18, 24, ...

مضارب مشترک : ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

۴ مضارب: ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ۲۴, ...

۱۲ : کوچک ترین مضرب مشترک



کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به‌طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت [ و ] نمایش می‌دهند.

$$[۶ و ۴] = ۱۲$$

به‌عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ...

مضارب ۱۲: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

[۱۲ و ۱۸] = ۳۶ مضارب مشترک ۱۲ و ۱۸: ۳۶, ۷۲, ۱۰۸, ۱۴۴, ...

$$\frac{۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳}{۱۸}$$

$$\frac{۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳}{۱۲}$$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به‌صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$[۱۸ و ۱۲] = ۲ \times ۳ \times ۲ \times ۳ = ۳۶$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. حاصل ضرب مشترک‌ها مشترک‌ها می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۵$$

$$B = ۲ \times ۵ \times ۳ \times ۳$$

$$[A و B] = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۲ \times ۵$$

$$B = ۲ \times ۵ \times ۳ \times ۳$$

$$۲ \times ۲ \times ۵ \times ۵ \times ۲$$

$$۲ \times ۵ \times ۳ \times ۳ \times ۵$$

۱- تساوی  $۶ \times ۴ = ۲۴$  را به‌صورت‌های مختلف می‌توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

ششمین مضرب - عدد ۲۴ است.

۴ شمارنده ۲۴ است.

چهارمین مضرب ۴ عدد ۲۴ است.

۶ شمارنده ۲۴ است.

عددهای ۴ و ۶ شمارنده ۲۴ است. عدد ۲۴ بر ۴ و ۶ قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا

می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها به‌دست آورید.

$$\frac{۵}{۶} + \frac{۴}{۹} = \frac{۱۵}{۱۸} + \frac{۸}{۱۸} = \frac{۲۳}{۱۸}$$

$$[۶ و ۹] = ۱۸$$

$$\frac{۷}{۱۵} + \frac{۹}{۲۰} = \frac{۲۸}{۶۰} + \frac{۲۷}{۶۰} = \frac{۵۵}{۶۰}$$

$$[۱۵ و ۲۰] = ۶۰$$

$$\frac{۱۵}{۱۲} - \frac{۷}{۱۸} = \frac{۴۵}{۳۶} - \frac{۱۴}{۳۶} = \frac{۳۱}{۳۶}$$

$$[۱۲ و ۱۸] = ۳۶$$





۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می‌کند.  
 اتوبوس‌های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می‌کند. ساعت ۱۲ ظهر  
 دو اتوبوس در خط‌های A و B هم‌زمان حرکت کرده‌اند. در چه ساعتی به‌طور  
 هم‌زمان اتوبوس‌ها از این دو خط حرکت می‌کنند؟  $\frac{۶۰}{۲۰} = ۳$  دقیقه بعد  
 یعنی ساعت ۱۳  $[۲۰, ۳۰] = ۶۰$

۲- یک پیست دو میدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد.  
 امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل  
 پیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و



امید با هم به همان نقطه شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟  
 مضربهای ۳۵ : ۳۵, ۷۰, ۱۰۵, ۱۴۰, ۱۷۵, ۲۱۰  
 مضربهای ۲۱ : ۲۱, ۴۲, ۶۳, ۸۴, ۱۰۵  
 $[۳۵, ۲۱] = ۱۰۵$

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، باقیمانده‌ی تقسیم ۲۱۰ بر ۷ برابر ۳۰ و بر ۳۰ برابر ۷ می‌شود.  
 آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، باقیمانده‌ی تقسیم ۴۲۰ بر ۷ برابر ۳۰ و بر ۳۰ برابر ۷ می‌شود.  
 دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.  
 (علامه)

$[۱۸, ۶] = ۱۸$  ☒ اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشند، عدد بزرگ‌تر ک.م.م دو عدد است. باقیمانده‌ی تقسیم عدد بزرگ‌تر بر عدد کوچک‌تر صفر است.

$[۹, ۱۵] = ۹۰ \Rightarrow (۹, ۱۵) = ۱$  ☒ اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.

$[۵, ۷] = ۳۵ \Rightarrow (۵, ۷) = ۱$  ☒ ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

$[۱۰, ۱] = ۱۰$  ☒  $n = [۱, n]$

$[۱۰, ۱۰] = ۱۰$  ☒  $n = [n, n]$

$[۱۲, ۸] = ۲۴, (۱۲, ۸) = ۴$  ☒ ب.م.م دو عدد شمارنده‌ی ک.م.م دو عدد است.  $\frac{۲۴}{۴} = ۶$  یعنی ۶ بار ۴ می‌باشد.

$\frac{۱۲ \times ۸}{۹۶} = \frac{۴ \times ۲۴}{۹۶}$  ☒ حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به‌صورت ذهنی تساوی‌ها را کامل کنید.

$[۱۲, ۴] = ۱۲$   $(۱۵, ۳) = ۳$   $(۵, ۷) = ۱$   $(۲۰, ۳۰) = ۱۰$

$(۴, ۹) = ۱$   $[۱۵, ۳۰] = ۳۰$   $(۳۸, ۱۹) = ۱۹$   $[۳۰, ۵۰] = ۱۵۰$

$[۴, ۶] = ۱۲$   $(۳, ۲, ۷) = ۱$   $[۳, ۲, ۷] = ۴۲$   $[۴, ۹] = ۳۶$



## ۶ مرور فصل

### مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدداول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ ب.م.م □ ک.م.م  
در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- نوشتن شمارنده‌های یک عدد
- پیدا کردن شمارنده اول یک عدد
- پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد
- تجزیه عددها به شمارنده‌های اول
- پیدا کردن ب.م.م دو عدد
- پیدا کردن ک.م.م دو عدد
- نوشتن مضرب‌های یک عدد
- رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

### کاربرد

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

### تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.  
۱- با توجه به تساوی  $3 \times 4 = 12$  معانی مختلف آن را بیان کنید.  $4, 3$  شمارنده‌های  $12$  من باشند،  $12$  مضرب  $3$  و  $4$  هست

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad (72, 60) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

۳- عددهای اول بین  $50$  تا  $80$  را بنویسید.  $[72, 60] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

$$53, 59, 61, 67, 71, 73, 79$$

۴- با شمارنده‌های اول  $2$  و  $3$  دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها  $6$  و ک.م.م آنها  $36$  باشد.

$$(18, 12) = 6, [18, 12] = 36$$

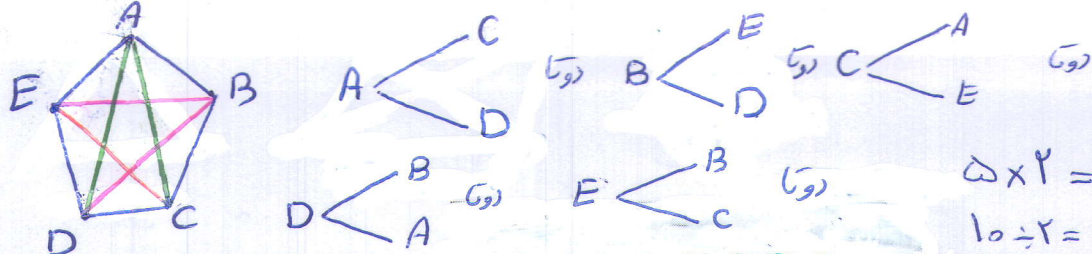
$$(4, 36) = 4, [4, 36] = 36$$

با استفاده از تجزیه

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب



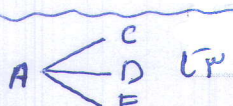
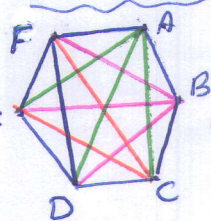
تشرین دوره ای ۳



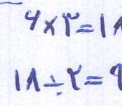
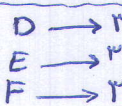
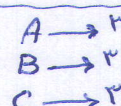
$$5 \times 2 = 10$$

$$10 \div 2 = 5$$

چون هر قطر دو بار تکرار شده



الگوی



چون هر قطر دو بار تکرار شده  
مسئله استفاده کردید؟ از هر رأس n ضلعی (n-3) تا قطر می توان رسم کرد و با توجه به

$$\text{تعداد قطرها} = \frac{n \times (n-3)}{2}$$

اینکه هر قطر دو بار تکرار شده داریم

۲- اگر  $x=5$  باشد، مقدار عددی عبارت جبری  $\frac{4x+7}{3x-7}$  را به دست آورید.

$$\frac{4 \times 5 + 7}{3 \times 5 - 7} = \frac{20 + 7}{15 - 7} = \frac{27}{8}$$

۳- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$2a - 5b + 3b - 7b = 2a - 9b$$

$$9x - 8a + 2x - 3x = 8x - 8a$$

$$5a - 2a - 9a + 4b = -6a + 4b$$

$$2(a-b) - 3(b-a) = 2a - 2b - 3b + 3a = 5a - 5b$$

۴- معادله های زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} 9x + 8 &= -10 \\ \Rightarrow 9x &= -10 - 8 \\ \Rightarrow 9x &= -18 \\ \Rightarrow x &= \frac{-18}{9} = -2 \end{aligned}$$

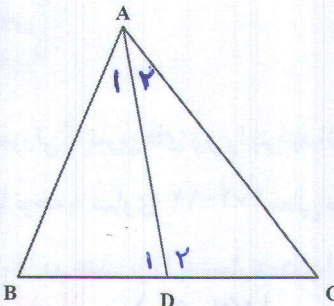
$$\begin{aligned} 4x - 4 &= 8 \Rightarrow 4x = 8 + 4 \\ \Rightarrow 4x &= 12 \\ \Rightarrow x &= \frac{12}{4} = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 18 &= -12 \Rightarrow 3x = -12 - 18 \\ \Rightarrow 3x &= -30 \\ \Rightarrow x &= \frac{-30}{3} = -10 \end{aligned}$$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

چون حاصل یک عبارت جبری ممکن است به ازای مقادیر متفاوت برابر شود

۶- در شکل زیر تمام پاره خط ها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید. **الگوسازی**



پاره خط ها  $(AB, AC, AD), (BD, BC), CD$

$(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{BAC})$

$(\hat{D}_1, \hat{D}_2, \hat{BDC})$

$\hat{B}, \hat{C}$

۷- کوچک ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

راه حل خود را توضیح دهید.

به همان روش بالا تعداد پاره خط ها را بدست آورید

روشن دوم

۱) به همان روش بالا تعداد پاره خط ها را بدست آورید  
۲) سپس برای بدست آوردن تعداد قطرها (تعداد اضلاع - تعداد پاره خط ها) را بدست آورید



۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهارتا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و

۳۴

۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

۷, ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ۳۱, ۳۵, ۳۹, ۴۳, ۴۷, ۵۱, ۵۵, ...  $+34$   $+34$   
 ۱, ۱۰, ۱۹, ۲۸, ۳۷, ۴۶, ۵۵, ...  $[9, 4] = 36$  ۱۹, ۵۵, ۹۱, ...

۹- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر

باز هم

(۳۶, ۷۲)

نیز داشته باشد. ۳۶

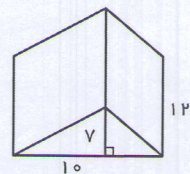
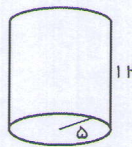
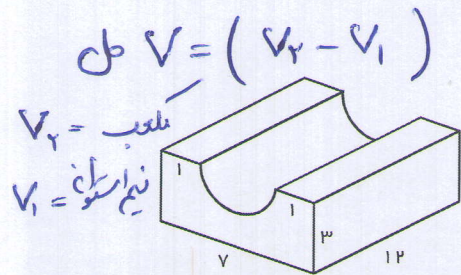
۳۶ شماره‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶

۱۰- عددهای اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید. حرف‌های نامطلوب  
 ۸۱, ۸۲, ۸۳, ۸۴, ۸۵, ۸۶, ۸۷, ۸۸, ۸۹, ۹۰  
 ۹۱, ۹۲, ۹۳, ۹۴, ۹۵, ۹۶, ۹۷, ۹۸, ۹۹ مضارب ۲, ۳, ۵, ۷ را حذف می‌کنیم

۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشد.

جواب: ۳۰

۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.

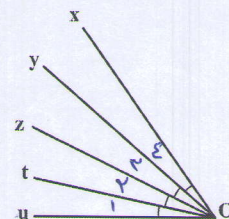
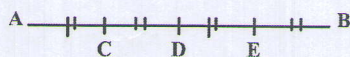


۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که قاعده آن شکل زیر و ارتفاعش ۱۰ سانتی‌متر



باشد.  
 $S_{\text{جانبی}} = \frac{S_{\text{جانبی استوانه}}}{2} + S_{\text{مستطیل}}$   
 $S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2 \times (\text{مساحت دایره})$

۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



$AD = 2 \cdot DE$

$AB - DE = AD + EB$

$AE = \frac{3}{4} AB$

$AC - CE + EB = AB$

$\angle uOt + \angle tOz = \angle uOz$

$\angle xOu = \dots \angle yOz$

$\angle yOu = \dots \angle xOu$

$\angle yOu - \angle zOt = \angle yOz + \angle tOu$